
目 录

2016 年成人高等学校招生全国统一考试	1
2017 年成人高等学校招生全国统一考试	4
2018 年成人高等学校招生全国统一考试	8
2019 年成人高等学校招生全国统一考试	11
2020 年成人高等学校招生全国统一考试	15
2021 年成人高等学校招生全国统一考试	19
2016 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案	23
2017 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案	25
2018 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案	27
2019 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案	29
2020 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案	30
2021 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案	33

2016 年成人高等学校招生全国统一考试

一、选择题：1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x}{2x} = (\quad)$

- A. $\frac{2}{3}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 3

2. 设函数 $y = 2x + \sin x$ ，则 $y' = (\quad)$

- A. $1 - \cos x$ B. $1 + \cos x$ C. $2 - \cos x$ D. $2 + \cos x$

3. 设函数 $y = e^{x-2}$ ，则 $dy = (\quad)$

- A. $e^{x-3} dx$ B. $e^{x-2} dx$ C. $e^{x-1} dx$ D. $e^x dx$

4. 设函数 $y = (2+x)^3$ ，则 $y' = (\quad)$

- A. $(2+x)^2$ B. $3(2+x)^2$ C. $(2+x)^4$ D. $3(2+x)^4$

5. 设函数 $y = 3x+1$ ，则 $y' = (\quad)$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. $\frac{d}{dx} \int_0^x e^t dt = (\quad)$

- A. e^x B. $e^x - 1$ C. e^{x-1} D. e^{x+1}

7. $\int x dx = (\quad)$

- A. $2x^2 + C$ B. $x^2 + C$ C. $\frac{1}{2}x^2 + C$ D. $x + c$

8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

9. 设函数 $z = 3x^2 y$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial y} = (\quad)$

- A. $6y$ B. $6xy$ C. $3x$ D. $3x^2$

10. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$ 的收敛半径为 (\quad)

- A. 0 B. 1 C. 2 D. $+\infty$

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分。把答案填在题中横线上。

11. $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{2}{x}} =$ _____

12. 设函数 $y = x^3$ ，则 $y' =$ _____

13. 设函数 $y = (x-3)^4$ ，则 $dy =$ _____

14. 设函数 $y = \sin(x-2)$ ，则 $y'' =$ _____

15. $\int \frac{1}{2x} dx =$ _____

16. $\int_{-1}^1 x^2 dx =$ _____

17. 过坐标原点且与直线 $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} + \frac{z-3}{-2}$ 垂直的平面方程为 _____

18. 设函数 $y = 3x + y^2$ ，则 $dz =$ _____

19. 微分方程 $y' = 3x^2$ 的通解为 $y =$ _____

20. 设区域 $D = (x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ ，则 $\iint_D 2 dx dy =$ _____

三、解答题：21-28 题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$ ，在 $x = 0$ 处连续，求 a 。

22. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^x}{\sin x}$

23. (本题满分 8 分)

求曲线 $y = x^3 - 3x + 5$ 的拐点。

24. (本题满分 8 分)

求 $\int (x - e^x) dx$

25. (本题满分 8 分)

设函数 $z = x^2 \sin y + ye^x$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$

26. (本题满分 10 分)

设 D 为曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = x$ 所围成的有界平面图形, 求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V 。

27. (本题满分 10 分)

求 $\iint_D (x^3 + y) dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = 1$ 所围成的有界面区域。

28. 求微分方程 $y'' - y' - 2y = e^x$ 的通解

2017 年成人高等学校招生全国统一考试

一、选择题：1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内。

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量是无穷小量的为 ()

- A. $\frac{1}{x^2}$ B. 2^x C. $\sin x$ D. $\ln(x+e)$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x})^x =$ ()

- A. e B. e^{-1} C. e^2 D. e^{-2}

3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x}, & x \neq 0, \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则常数 $\alpha =$ ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

4. 设函数 $f(x) = x \ln x$, 则 $f'(e) =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 设函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 的极小值为 ()

- A. -2 B. 0 C. 2 D. 4

6. 方程 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ 表示的二次曲面是 ()

- A. 圆锥面 B. 旋转抛物面 C. 球面 D. 椭球面

7. 若 $\int_0^1 (2x+k)dx = 1$, 则常数 $k =$ ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

8. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续且 $f(x) > 0$, 则 ()

- A. $\int_a^b f(x)dx > 0$ B. $\int_a^b f(x)dx < 0$
C. $\int_a^b f(x)dx = 0$ D. $\int_a^b f(x)dx$ 的符号无法确定

9. 空间直线 $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ 的方向向量可取为 ()

- A. (3, -1, 2) B. (1, -2, 3) C. (1, 1, -1) D. (1, -1, -1)

10. 已知 α 为常数, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\alpha^2}$ ()

- A. 发散 B. 条件收敛

C. 绝对收敛 D. 收敛性与 α 的取值无关

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分。把答案填在题中横线上。

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sin(x-2)} =$ _____

12. 曲线 $y = \frac{x+1}{2x+1}$ 的水平渐近线方程为 _____

13. 若函数 $f(x)$ 满足 $f'(1) = 2$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} =$ _____

14. 设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ，则 $f'(x) =$ _____

15. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$ _____

16. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx =$ _____

17. 已知曲线 $y + x^2 + x - 2$ 的切线 l 斜率为 3，则 l 的方程为 _____

18. 设二元函数 $z = \ln(x^2 + y)$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____

19. 设 $f(x)$ 为连续函数，则 $\left[\int_0^x f(t) dt \right]' =$ _____

20. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n}$ 的收敛半径为 _____

三、解答题：21-28 题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤。

21. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{x^2}$

22. (本题满分 8 分)

设 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = 1 + t^3 \end{cases}$ ，求 $\frac{dy}{dx}$

23. (本题满分 8 分)

已知 $\sin x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 求 $\int xf'(x)dx$

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$

25. (本题满分 8 分)

设二元函数 $z = x^2y^2 + x - y + 1$, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

26. (本题满分 10 分)

计算二重积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, 其中区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4\}$

27. (本题满分 10 分)

求微分方程 $y \frac{dy}{dx} = x^2$ 的通解

28. (本题满分 10 分)

用铁皮做一个容积为 V 的圆柱形有盖桶，证明当圆柱的高等于底面直径时，所使用的铁皮面积最小。

2018 年成人高等学校招生全国统一考试

一、选择题：1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填涂在答题卡相应题号的信点上。

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = (\quad)$

- A. e B. 2 C. 1 D. 0

2. 若 $y=1+\cos x$ ，则 $dy = (\quad)$

- A. $(1+\sin x)dx$ B. $(1-\sin x)dx$ C. $\sin x dx$ D. $-\sin x dx$

3. 若函数 $f(x)=5^x$ ，则 $f'(x) = (\quad)$

- A. 5^{x-1} B. $x5^{x-1}$ C. $5^x \ln 5$ D. 5^x

4. $\int \frac{1}{2-x} dx = (\quad)$

- A. $\ln|2-x|+C$ B. $-\ln|2-x|+C$ C. $-\frac{1}{(2-x)^2}+C$ D. $\frac{1}{(2-x)^2}+C$

5. $\int f'(2x)dx = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}f(2x)+C$ B. $f(2x)+C$ C. $2f(2x)+C$ D. $\frac{1}{2}f(x)+C$

6. 若 $f(x)$ 为连续的奇函数，则 $\int_{-1}^1 f(x)dx = (\quad)$

- A. 0 B. 2 C. $2f(-1)$ D. $2f(1)$

7. 若二元函数 $z=x^2y+3x+2y$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} = (\quad)$

- A. $2xy+3+2y$ B. $xy+3+2y$ C. $2xy+3$ D. $xy+3$

8. 方程 $x^2+y^2-2z=0$ 表示的二次曲面是 ()

- A. 柱面 B. 球面 C. 旋转抛物面 D. 椭球面

9. 区域 $D = \{(x,y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ ，则 $\iint_D x dx dy = (\quad)$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

10. 微分方程 $yy' = 1$ 的通解为 ()

- A. $y^2 = x + C$ B. $\frac{1}{2}y^2 = x + C$ C. $y^2 = Cx$ D. $2y^2 = x + C$

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分，将答案填写在答题卡相应题号后。

11. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$ 的拐点为_____

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} =$ _____

13. 若函数 $f(x) = x - \arctan x$ ，则 $f'(x) =$ _____

14. 若 $y = e^{2x}$ 则 $dy =$ _____

15. $\int (2x+3)dx =$ _____

16. $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2)dx =$ _____

17. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$ _____

18. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} =$ _____

19. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$ _____

20. 若二元函数 $z = x^2 y^2$ ，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ ()

三、解答题：21~28 题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤，并将其写在答题卡相应题号后。

21. (本题 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{3\sin x}{x} & x < 0 \\ 3x+a & x \geq 0 \end{cases}$ ，在 $x=0$ 连续，求 a

22. (本题 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)}$

23. (本题 8 分)

设函数 $f(x) = 2x - \ln(3x+2)$ ，求 $f''(0)$

24. (本题 8 分)

$$\text{求 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$$

25. (本题 8 分)

$$\text{求 } \int x \cos x dx =$$

26. (本题满分 10 分)

求函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ 的极值

27. (本题满分 10 分)

求微分方程 $y' - \frac{1}{x}y = 2 \ln x$ 的通解

28. (本题满分 10 分)

设区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$, 计算 $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$

2019 年成人高等学校招生全国统一考试

一、选择题：1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填涂在答题卡相应题号的信点上。

1、当 $x \rightarrow 0$ 时， $x+x^2+x^3+x^4$ 为 x 的 ()

A. 等价无穷小 B. 2 价无穷小 C. 3 价无穷小 D. 4 价无穷小

2、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + \frac{2}{x})^x =$ ()

A. $-e^2$ B. $-e$ C. e D. e^2

3、设函数 $y = \cos 2x$ ，则 y' ()

A. $y = 2\sin 2x$ B. $y = -2\sin 2x$ C. $y = \sin 2x$ D. $y = -\sin 2x$

4、设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续，在 (a, b) 可导， $f'(x) > 0$ ， $f(a)f(b) < 0$ ，则 $f(x)$ 在 (a, b) 零点的个数为 ()

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

5、设 $2x$ 为 $f(x)$ 的一个原函数，则 $f(x) =$ ()

A. 0 B. 2 C. x^2 D. $x^2 + C$

6、设函数 $f(x) = \arctan x$ ，则 $\int f'(x) dx =$ ()

A. $-\arctan x + C$ B. $-\frac{1}{1+x^2} + C$ C. $\arctan x + C$ D. $-\frac{1}{1+x^2} + C$

7、设 $I_1 = \int_0^1 x^2 dx$ ， $I_2 = \int_0^1 x^3 dx$ ， $I_3 = \int_0^1 x^4 dx$ ，则 ()

A. $I_1 > I_2 > I_3$ B. $I_2 > I_3 > I_1$ C. $I_3 > I_2 > I_1$ D. $I_1 > I_3 > I_2$

8、设函数 $z = x^2 e^y$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{(1,0)} =$ ()

A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

9、平面 $x + 2y - 3z + 4 = 0$ 的一个法向量为 ()

- A. (1,-3,4) B. (1,2,4) C. (1,2,-3) D. (2,-3,4)

10、微分方程 $yy' + (y')^3 + y^4 = x$ 的阶数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题：11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分，将答案填写在答题卡相应题号后。

11、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$

12、若函数 $f(x) = \begin{cases} 5x, & x < 0 \\ a, & x \geq 0 \end{cases}$ ，在点 $x = 0$ 处连续，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

13、设函数 $y = e^{2x}$ ，则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}$

14、设函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 的极小值点 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

15、 $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

16、 $\int_{-1}^1 x \tan^2 x dx = \underline{\hspace{2cm}}$

17、设函数 $z = x^3 + y^2$ ， $dz = \underline{\hspace{2cm}}$

18、设函数 $z = x \arcsin y$ ，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

19、幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$

20、微分方程 $y' = 2x$ 的通解 $y = \underline{\hspace{2cm}}$

三、解答题：21~28 题，共 70 分。解答应写出推理、演算步骤，并将其写在答题卡相应题号后。

21、(本题 8 分)

若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + 2kx}{x} = 2$ ，求 k

22、(本题 8 分)

设函数 $y = \sin(2x - 1)$, 求 y'

23、(本题 8 分)

设函数 $y = x \ln x$, 求 y''

24、(本题 8 分)

计算 $\int \left(x^{\frac{1}{3}} + e^x \right) dx$

25、(本题 8 分)

设函数 $z = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, 求 $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y}$

26、(本题满分 10 分)

设 D 是由曲线 $x = 1 - y^2$ 与 x 轴、 y 轴, 在第一象限围成的有界区域如图所示。

求:

(1) D 的面积 S

(2) D 绕 x 轴旋转所得旋转体的体积 V

27、(本题满分 10 分)

求微分方程 $y'' - 5y' - 6y = 0$ 的通解

28、(本题满分 10 分)

计算二重积分 $I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, 其中 D 是由曲线 $x^2 + y^2 = 1$, $y = x$, x 轴在第一象限围成的有界区域

2020 年成人高等学校招生全国统一考试

一、选择题（1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. $\int \frac{3}{x^5} dx =$

- A. $-\frac{3}{5x^4} + C$ B. $\frac{3}{5x^4} + C$ C. $-\frac{3}{4x^4} + C$ D. $\frac{3}{4x^4} + C$

2. 设函数 $f(x) = 2 \ln x$ ，则 $f''(x) =$

- A. $-\frac{1}{x^2}$ B. $\frac{1}{x^2}$ C. $-\frac{2}{x^2}$ D. $\frac{2}{x^2}$

3. $\int_{-2}^2 (1+x) dx =$

- A. 4 B. 0 C. 2 D. -4

4. 设函数 $f(x) = 3 + x^5$ ，则 $f'(x) =$

- A. $5x^4$ B. $\frac{1}{5}x^4$ C. $1 + x^4$ D. x^4

5. 设函数 $z = x^3 + xy^2 + 3$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$

- A. $2y$ B. $2xy$ C. $3x^2 + y^2$ D. $3x^2 + 2xy$

6. 设函数 $y = x + 2 \sin x$ ，则 $dy =$

- A. $(1 + \cos x) dx$ B. $(1 + 2 \cos x) dx$ C. $(1 - \cos x) dx$ D. $(1 - 2 \cos x) dx$

7. 设函数 $z = x^2 - 4y^2$ ，则 $dz =$

- A. $x dx - 4y dy$ B. $x dx - y dy$ C. $2x dx - 4y dy$ D. $2x dx - 8y dy$

8. 方程 $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ 表示的二次曲面是

- A. 圆锥面 B. 球面 C. 旋转抛物面 D. 柱面

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 2} =$

- A. 2 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 微分方程 $y' + y = 0$ 的通解为 $y =$

- A. Cxe^x B. Cxe^{-x} C. Ce^x D. Ce^{-x}

二、填空题（11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分）

11. $\int_{-\infty}^1 e^x dx =$ _____

12. 设函数 $y = e^{2x}$ ，则 $dy =$ _____

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2} =$ _____

14. $\int (3x + 2 \sin x) dx =$ _____

15. 曲线 $y = \arctan(3x + 1)$ 在点 $(0, \frac{\pi}{4})$ 处切线的斜率为 _____

16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 0 \\ a + \sin x, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a =$ _____

17. 过点 $(-1, 2, 3)$ 且与直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{4}$ 垂直的平面方程为 _____

18. 函数 $f(x) = x^3 - 6x$ 的单调递减区间为 _____

19. 区域 $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq x^2\}$ 的面积为 _____

20. 方程 $y^3 + \ln y - x^2 = 0$ 在点 $(1, 1)$ 的某邻域确定隐函数 $y = y(x)$ ，则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} =$ _____

三、解答题（21~28 题，共 70 分.解答应写出推理、演算步骤）

21. （本题 8 分）

计算 $\int x \sin x dx$.

22. （本题 8 分）

已知函数 $f(x) = e^x \cos x$ ，求 $f''(\frac{\pi}{2})$.

23. (本题 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2 \sin^2 x}$

24. (本题 8 分)

计算 $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx$

25. (本题 8 分)

求微分方程 $y'' - y' - 2y = 0$ 的通解.

26. (本题 10 分)

求曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ 的凹凸区间与拐点.

27. (本题 10 分)

已知区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$, 计算 $\iint_D xy dx dy$

28. (本题 10 分)

将函数 $f(x) = \frac{1}{2+x}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数, 并求其收敛区间.

2021 年成人高等学校招生全国统一考试

一、选择题（1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+bx)}{x} = 2$ ，则 $b =$ ()

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. -2

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $\tan x^2$ 为 x 的 ()

A. 低阶无穷小量

B. 等价无穷小量

C. 同阶但不等价无穷小量

D. 高阶无穷小量

3. 设函数 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{2(x-1)} = 1$ ，则 $f'(1) =$ ()

A. 2

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. -1

4. 设 $y = x + e^{-x}$ ，则 $dy|_{x=1} =$ ()

A. $e^{-1}dx$

B. $-e^{-1}dx$

C. $(1+e^{-1})dx$

D. $(1-e^{-1})dx$

5. 曲线 $y = x \ln x$ 在点 (e, e) 处法线的斜率为 ()

A. -2

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

6. $\int (\cos x)' dx =$ ()

A. $\sin x + C$

B. $\cos x + C$

C. $-\sin x + C$

D. $-\cos x + C$

7. $\int_{-1}^1 (x \cos x + 1) dx =$ ()

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

8. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx = (\quad)$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{2}$

9. 设 $z = y^5 + \arctan x$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} = (\quad)$

A. $5y^4 + \frac{1}{1+x^2}$

B. $\frac{1}{1+x^2}$

C. $5y^2$

D. $5y^4 + \arctan x$

10. 设 $z = e^{2x-y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (\quad)$

A. $-e^{2x-y}$

B. e^{2x-y}

C. $-2e^{2x-y}$

D. $2e^{2x-y}$

二、填空题 (11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+1}{x^2+2x+3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+5n}{2n^2+4n+5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设函数 $f(x) = \frac{e^x-1}{2x}$, 则 $f(x)$ 的间断点为 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设 $y = xe^x$, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $y + e^y = x$ 所确定的隐函数, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 曲线 $y = \frac{1}{x-2}$ 的铅直渐近线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. $\int xe^{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. $\frac{d}{dx} \left(\int_2^x \tan t dt \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 过坐标原点且与平面 $3x - 7y + 5z - 12 = 0$ 平行的平面方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题（21~28 题，共 70 分.解答应写出推理、演算步骤）

21.（本题 8 分）

设函数 $f(x) = \begin{cases} 2ax + a^2, & x > 1 \\ -x, & x \leq 1 \end{cases}$ 在 $x = 1$ 处连续，求 a .

22.（本题 8 分）

设 $y = \frac{\ln x}{x}$ ，求 dy .

23.（本题 8 分）

计算 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

24.（本题 8 分）

求曲线 $y = 2x^3 - 6x^2$ 的凹、凸的区间及拐点.

25.（本题 8 分）

设 $z = \ln(x + y^2)$ ，求 $dz|_{(1,1)}$.

26. (本题 8 分)

求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2$ 的通解.

27. (本题 8 分)

计算 $\iint_D xy dx dy$, 其中 D 是由 $x = 0, y = x$ 和 $x^2 + y^2 = 1$ 在第一象限所围成的闭区域.

28. (本题 8 分)

将 $y = e^{x+1}$ 展开成 x 的幂级数.

2016 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案

一、选择题

1. C 2. D 3. B 4. B 5. A 6. A 7. C 8. C 9. D 10. B

二、填空题

11. e^2 12. $3x^2$ 13. $4(x-3)^3$ 14. $-\sin(x-2)$ 15. $\frac{1}{2}\ln|x|+c$

16. 0 17. $3x+2y-2z=0$ 18. $3dx+2ydy$ 19. x^3+C 20. 2

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

由于 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 因此 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$

可得 $a=1$

22. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-e^x}{\cos x} = -1$

23. 解: $y' = 3x^2 - 3, y'' = 6x$; 令 $y'' = 0$, 解得 $x = 0$

当 $x < 0$ 时, $y'' < 0$; 当 $x > 0$ 时, $y'' > 0$

当 $x = 0$ 时, $y = 5$;

因此, 点 $(0, 5)$ 为所给曲线的拐点。

24. 解: $\int (x - e^x) dx = \frac{x^2}{2} - e^x + C$

25. 解: $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x \sin y + ye^x$

26. 解: 由 $\begin{cases} y = x^2 \\ y = x \end{cases}$ 可解得两曲线的交点为 $(0, 0)$, $(1, 1)$

旋转体的体积 $V = \int_0^1 \pi [x^2 - (x^2)^2] dx = \pi \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{15}\pi$

27. 解: 由于积分区域 D 关于 y 轴对称, 因此 $\iint_D x^3 dx dy = 0$

记 D_1 为区域 D 在第一象限的部分, 则

$$\iint_{D_1} y dx dy = 2 \iint_{D_1} y dx dy = 2 \int_0^1 dx \int_{x^2}^1 y dy = \int_0^1 (1 - x^2) dx = \frac{4}{5}$$

所以 $\iint_D (x^3 + y) dx dy = \frac{4}{5}$

28. 解: 对应齐次微分方程的特征方程为: $r^2 - r - 2 = 0$

特征根为 $r_1 = -1, r_2 = 2$

齐次方程的通解为 $Y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$

设原方程的特解为 $y^* = A e^x$ ，代入原方程可得 $A = -\frac{1}{2}$

因此 $y^* = -\frac{1}{2} e^x$

故原方程的通解为：

$y = Y + y^* = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x} - \frac{1}{2} e^x$ (C_1, C_2 为任意常数)。

2017 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案

一、选择题

1. C 2. C 3. B 4. D 5. A 6. D 7. C 8. A 9. A 10. B

二、填空题

11. 1 12. $y = \frac{1}{2}$ 13. 1 14. $1 + \frac{1}{x^2}$ 15. 2 16. $\frac{\pi}{2}$

17. $3x - y - 3 = 0$ 18. $\frac{2x}{x^2 + y}$ 19. $f(x)$ 0.3

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x}{2} = \frac{1}{2}$

22. 解: 变量 x, y 分别对变量 t 求导, 则有:

$$\frac{dx}{dt} = 2t, \frac{dy}{dt} = 3t^2,$$

$$\text{因此, } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{3t}{2}$$

23. 解: 由于 $\sin x$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则有 $\int f(x) dx = \sin x + C$

$$\text{因此 } \int x f'(x) dx = \int x d[f(x)] = x f(x) + \int f(x) dx = x f(x) + \sin x + C$$

24. 解: 令 $t = \sqrt{x}$, 则 $x = t^2, dx = 2t dt$, 且当 $x = 0$ 时, $t = 0$; $x = 4$ 时, $t = 2$

$$\text{因此 } \int_0^4 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx = \int_0^2 \frac{2t}{1+t} dt = 2 \int_0^2 \left(1 - \frac{1}{1+t}\right) dt = 2[t - \ln(1+t)]_0^2 = 4 - 2 \ln 3$$

25. 解: 由 $z = x^2 y^2 + x - y + 1$ 可得:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2x^2 y - 1; \quad \frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2 + 1; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = 4xy$$

26. 解: 在极坐标系下, 积分区域 D 可表示为: $0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 2$

$$\text{因此 } \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r^2 dr = \int_0^{2\pi} \frac{1}{3} r^3 \Big|_0^2 d\theta = \frac{8}{3} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{16\pi}{3}$$

27. 解: 将微分方程分离变量得: $y dy = x^2 dx$

$$\text{两边同时积分得: } \int y dy = \int x^2 dx, \text{ 即 } \frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{3} x^3 + C_1$$

因此所求微分方程的通解为: $y^2 = \frac{2}{3} x^3 + C$ (C 为任意常数)

28. 证明: 设圆柱的底面半径为 r , 高为 h , 则 $V = \pi r^2 h$

所用铁皮面积为 $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$

此时 S 为关于 r 的函数，且 $S' = 4\pi r - \frac{2V}{r^2}$

令 $S' = 0$ ，可得 $r^2 = \frac{V}{2\pi} = \frac{\pi r^2 h}{2\pi}$ ，解得 $h = 2r$

又 $S'' = 4\pi + \frac{4V}{r^3} > 0$

由问题的实际背景可知， S 存在最小值，即当圆柱的高等于底面直径时，所使用的铁皮面积最小。

2018 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案

一、选择题

1. D 2. D 3. C 4. B 5. A 6. A 7. C 8. C 9. A 10. B

二、填空题

11. (2, -6) 12. e^{-3} 13. $\frac{x^2}{1+x^2}$ 14. $2e^{2x}dx$ 15. x^2+3x+C

16. $\frac{2}{3}$ 17. 2 18. $\frac{3}{2}$ 19. 1 20. $4xy$

三、解答题

21. 解: $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{x} = 3$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + a) = a$, 且 $f(0) = a$

因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 所以 $\lim_{x \rightarrow 0^+} = \lim_{x \rightarrow 0^-} = f(0)$

所以 $a=3$

22. 解: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x + 1)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x + 1} = \frac{5}{2}$

23. 解: $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$

$$f'(x) = 2 + \frac{3}{3x + 2}$$

$$f''(x) = -\frac{9}{(3x + 2)^2}$$

故 $f''(0) = -\frac{9}{4}$

24. 解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}(1 - \cos 3x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(3x)^2}{x^2} = \frac{3}{2}$

25. 解: $\int x \cos x dx = \int x d \sin x = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$

26. 解: (1) 由题意知: $f'(x) = x^2 - x$

令 $f'(x) = 0$, 得 $x_1 = 1, x_2 = 0$ 。

当 $x < 0$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 故函数 $f(x)$ 的单调递增函数。

故当 $x = 0$ 时, $f(x)$ 取极大值, 极大值为 $f(0) = 5$;

当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 取极小值, 极小值为 $f(1) = \frac{29}{6}$

27. 解：这是一阶线性非齐次微分方程

$$P(x) = -\frac{1}{x}, Q(x) = 2 \ln x$$

$$\text{故通解为: } y = e^{\int \frac{1}{x} dx} \left(\int 2 \ln x e^{-\int \frac{1}{x} dx} dx + C \right) = x \cdot \left(2 \int \frac{\ln x}{x} dx + C \right) = x \left[(\ln x)^2 + C \right]$$

28. 解：D 在极坐标系里可表示为 $0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq r \leq 3$,

$$\text{故 } \iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^\pi d\theta \int_0^3 r^2 \cdot r dr = \frac{81}{4} \pi$$

2019 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案

一、选择题

1.A 2.D 3.B 4.C 5.B 6.C 7.A 8.D 9.C 10.B

二、填空题

11、2 12、0 13、 $2e^{2x}dx$ 14、2 15、 $\arcsin x + C$

16、0 17、 $3x^2dx + 2ydy$ 18、0 19、1 20、 $x^2 + C$

三、解答题

21、解： $\frac{1}{2}$

22、解： $2 \cos(2x - 1)$

23、解： $y' = 1 + \ln x$

24、解： $\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + e^x + C$

25、解：

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{x^2}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{y^2}, \quad \text{故}$$

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{x^2} * x^2 + y^2 * \frac{1}{y^2} = 1 + 1 = 0$$

26、解：

$$(1) \frac{2}{3}$$

$$(2) \frac{\pi}{2}$$

27、解： $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{6x}$ (c_1 、 c_2 为任意常数)

28、解： $I = \iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 r^2 r dr = \frac{\pi}{16}$

2020 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案

一、选择题

1.C 2.C 3.A 4.A 5.B 6.B 7.D 8.A 9.C 10.D

二、填空题

11、e 12、 $2e^{2x} dx$ 13、1 14、 $\frac{3}{2}x^2 - 2\cos x + C$ 15、 $\frac{3}{2}$
 16、-2 17、 $2x + 3y + 4z = 16$ 18、 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 19、 $\frac{4}{3}$ 20、 $\frac{1}{2}$

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \int x \sin x dx &= -\int x d(\cos x) \\ &= -(x \cos x - \int \cos x dx) \\ &= -x \cos x + \int \cos x dx \\ &= -x \cos x + \sin x + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22. f'(x) &= e^x \cos x + e^x \cdot (\cos x)' \\ &= e^x \cos x - e^x \sin x \\ &= e^x (\cos x - \sin x), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\cos x - \sin x) + e^x (\cos x - \sin x)' \\ &= e^x (\cos x - \sin x) + e^x (-\sin x - \cos x) \\ &= -2e^x \sin x, \end{aligned}$$

$$\text{故有 } f''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2e^{\frac{\pi}{2}} \sin \frac{\pi}{2} = -2e^{\frac{\pi}{2}}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2 \sin^2 x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{2 \sin^2 x}$$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}x^2}{2x^2} - \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2} \\
 &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \\
 &= -\frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$24. \int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx = \int_0^1 (1+x)^{\frac{1}{3}} d(x+1)$$

$$= \frac{1}{1+\frac{1}{3}} (1+x)^{\frac{1}{3}+1} \Big|_0^1$$

$$= \frac{3}{4} (1+x)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^1$$

$$= \frac{3}{4} (2^{\frac{4}{3}} - 1)$$

25. 原方程对应的特征方程为 $r^2 - r - 2 = 0$,

解得 $r_1 = -1$, $r_2 = 2$

故原方程的通解为 $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$

$$26. y' = 3x^2 - 6x + 2, \quad y'' = 6x - 6$$

令 $y'' = 0$, 得 $x=1$

当 $x > 1$ 时, $y'' > 0$, 故 $(1, +\infty)$ 为曲线的凹区间;

当 $x < 1$ 时, $y'' < 0$, 故 $(-\infty, 1)$ 为曲线的凸区间,

函数的拐点为 $(1, 1)$

$$27. \text{积分区域 } D = \left\{ (r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \right\},$$

$$\text{故 } \iint_D xy dx dy = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^1 r \cos \theta \cdot r \sin \theta \cdot r dr d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \theta \sin \theta d\theta \cdot \int_0^1 r^3 dr$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{4} \cos 2\theta \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^1 \\
 &= -\frac{1}{4} (0-1) \times \frac{1}{4} \times (1-0) \\
 &= \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18. \quad f(x) &= \frac{1}{2+x} \\
 &= \frac{1}{3+x-1}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{x-1}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{x-1}{3}\right)^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^{n+1}} (x-1)^n, -2 < x < 4$$

2021 年成人高等学校招生全国统一考试——参考答案

一、选择题

1.A 2.D 3.A 4.D 5.B 6.B 7.D 8.A 9.C 10.C

二、填空题

11. $\frac{1}{3}$ 12. $\frac{3}{2}$ 13. 0 14. $(x+1)e^x$ 15. $\frac{1}{1+e^y}$
 16. $x=2$ 17. $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$ 18. $\tan x$ 19. $\frac{\pi}{4}$ 20. $3x - 7y + 5z = 0$

三、解答题

$$21. \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} (2ax + a^2) = 2a + a^2,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x) = -1.$$

由于 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续,

$$\text{所以 } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x), \text{ 即 } 2a + a^2 = -1.$$

解得 $a = -1$.

$$22. y' = \frac{1 - \ln x}{x^2},$$

$$dy = y' dx = \frac{1 - \ln x}{x^2} dx.$$

$$23. \text{令 } t = \sqrt{x}, \text{ 则 } x = t^2, dx = 2t dt.$$

$$\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{2t \cos t}{t} dt$$

$$= 2 \int \cos t dt$$

$$= 2 \sin \sqrt{x} + C$$

$$24. y' = 6x^2 - 12x, y'' = 12x - 12$$

$$\text{由 } y'' = 12x - 12 = 0 \text{ 得 } x = 1.$$

当 $x < 1$ 时, $y'' < 0$, 因此在区间 $(-\infty, 1)$ 曲线是凸的;

当 $x > 1$ 时, $y'' > 0$, 因此在区间 $(1, +\infty)$ 曲线是凹的;

当 $x=1$ 时, $y=-4$, 点 $(1, -4)$ 为曲线的拐点.

$$25. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x^2 + y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2},$$

$$\text{于是 } dz = \frac{1}{x + y^2} dx + \frac{2y}{x + y^2} dy,$$

$$\text{因此 } dz|_{(1,1)} = \frac{1}{2} dx + dy.$$

26. 原方程对应的齐次方程的特征方程为 $r^2 - 3r + 2 = 0$,

特征根 $r_1 = 1, r_2 = 2$.

故原方程对应的齐次方程的通解为 $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$,

$y^* = 1$ 为原方程的特解,

所以原方程的通解为 $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + 1$.

27. 在极坐标系中, D 可表示为 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq r \leq 1$.

$$\begin{aligned} \iint_D xy dx dy &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 r^2 \cos \theta d(\sin \theta) \bullet r dr \\ &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta d(\sin \theta) \bullet \int_0^1 r^3 dr \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 \theta \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \bullet \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{16}. \end{aligned}$$

28. $e^{x+1} = e \bullet e^x$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e}{n!} x^n \quad (-\infty < x < +\infty).$$